先端翼付き鋼管杭の先端翼耐力に関する基礎的検討（その２：弾性支承上の円板の場合）

Basic study on tip wing strength of screw pile (Part 2 : Elastic bearing disc)

下平　祐司[*1]

1. はじめに

既報[1)]においては、先端翼付き鋼管杭工法の先端翼の仕様検討に用いることを意図して、種々の地盤反力分布に対する弾性円板の解析解を示した。

本報では、弾性ばねに支持された円板の解を提示する。この解を使った検討は、想定する地盤反力分布の妥当性確認や模擬地盤上に設置した先端翼付き鋼管杭の構造実験結果との比較検討において有用であると考える。一方、先端翼の開発においては、先端翼が接合される軸鋼管についても、慎重な検討が必要である。これは、先端翼からの曲げ戻しの影響で、軸力に起因する応力に加えて曲げ応力が軸鋼管端部に生じるためである。これを確認するために、構造実験において軸鋼管と先端翼でひずみ計測が行われるが、溶接端近傍での計測が困難であること等の問題がある。本報では、軸鋼管に生じる応力を簡便に検討するために援用されている円筒シェルの解について提示するとともに、先端翼モデルとして提示する弾性支承上の円板と連成した解を提示する。これらの解について、公表されている実験結果と比較検討を行う。

なお、本報に示す解は何ら独自性のあるものではないが、文献[2)]等に示されていないケースの応力検討が可能であり、かつ工法開発において簡便にパラメトリックスタディを行えるよう、表計算ソフトで計算実行できることを意図している。

2. 弾性ばねに支持された円板の応力解析

本章では、先端翼の断面検討を行うために、弾性ばねに支持された軸対称変形する円板の問題として、代表的な2ケースの解を示す。なお、周辺線荷重、および等分布荷重に対する円板中央部のたわみ等については、文献[2)]等に示されている。

2.1　弾性支承上の円板の基礎方程式と解

図-1に示す円板の軸対称曲げに対する方程式は式(1)、その一般解は式(2)のとおりである[2)]。

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\frac{d}{dr}\left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dw_z}{dr}\right)\right\}\right]+\frac{K}{D}w_z=\frac{p}{D} \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで、Dは板の曲げ剛性、Kはばね係数（地盤反力係数）、w_zは変位（たわみ）である。

$$D=\frac{Et_w{}^3}{12(1-\upsilon^2)}$$

E：ヤング係数（$=2.05\times10^5\,\mathrm{N/mm^2}$）

t_w：板の厚さ

ν：ポアソン比（=0.3）

$$w_z(\xi)=\frac{p}{K}+\omega(C_1\,\mathrm{ber}\,\xi+C_2\,\mathrm{bei}\,\xi+C_3\,\mathrm{ker}\,\xi+C_4\,\mathrm{kei}\,\xi) \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに、$C_{1\sim4}$：積分定数

ω：荷重の分布形で決まる定数

ber,bei,ker,kei：Kelvin関数[3)]（**付録A1.**参照）

$$\xi=\frac{r}{l}、\ l=\sqrt[4]{\frac{D}{K}}$$

式(2)の一般解のn階微分は、関数yのn次導関数をy(n)と表記すると、式(3)となる。

*1　SHIMOHIRA Yuji：（一財）日本建築総合試験所　建築確認評定センター　建築確認評定部　上席調査役　博士（工学）

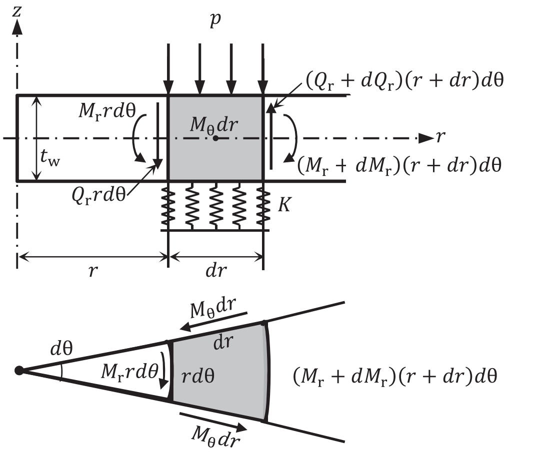


図-1　円板の微小要素に作用する内力成分

$$\frac{d^{(n)} w_z}{dr^{(n)}} = \frac{\omega}{l^n}\left(C_1 \operatorname{ber}^{(n)} \xi + C_2 \operatorname{bei}^{(n)} \xi + C_3 \operatorname{ker}^{(n)} \xi + C_4 \operatorname{kei}^{(n)} \xi\right) \quad (n=1,2,3) \quad \cdots(3)$$

付録A1.に示すとおり、Kelvin関数の２階、３階微分は、Kelvin関数とその１階微分を計算すれば求められる。したがって、式(3)をKelvin関数とその１階微分で整理し、m=1-νとすると曲げモーメントおよびせん断力は以下の式(4)～式(6)となる。

$$M_r = -D\left(\frac{d^2 w_z}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{dw_z}{dr}\right)$$
$$= \frac{D\omega}{l^2}\left\{C_1\left(\operatorname{bei}\xi + m\frac{\operatorname{ber}'\xi}{\xi}\right) - C_2\left(\operatorname{ber}\xi - m\frac{\operatorname{bei}'\xi}{\xi}\right) + C_3\left(\operatorname{kei}\xi + m\frac{\operatorname{ker}'\xi}{\xi}\right) - C_4\left(\operatorname{ker}\xi - m\frac{\operatorname{kei}'\xi}{\xi}\right)\right\} \quad (4)$$

$$M_\theta = -D\left(\nu\frac{d^2 w_z}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dw_z}{dr}\right)$$
$$= \frac{\nu D\omega}{l^2}\left\{C_1\left(\operatorname{bei}\xi - \frac{m}{\nu}\frac{\operatorname{ber}'\xi}{\xi}\right) - C_2\left(\operatorname{ber}\xi + \frac{m}{\nu}\frac{\operatorname{bei}'\xi}{\xi}\right) + C_3\left(\operatorname{kei}\xi - \frac{m}{\nu}\frac{\operatorname{ker}'\xi}{\xi}\right) - C_4\left(\operatorname{ker}\xi + \frac{m}{\nu}\frac{\operatorname{kei}'\xi}{\xi}\right)\right\} \quad (5)$$

$$Q_r = -D\left(\frac{d^3 w_z}{dr^3} + \frac{1}{r}\frac{d^2 w_z}{dr^2} - \frac{1}{r^2}\frac{dw_z}{dr}\right)$$
$$= \frac{D\omega}{l^3}\left(C_1 \operatorname{bei}'\xi - C_2 \operatorname{ber}'\xi + C_3 \operatorname{kei}'\xi - C_4 \operatorname{ker}'\xi\right) \cdots\cdots(6)$$

$$M_{r\theta} = 0\,, Q_\theta = 0$$

積分定数$C_{1\sim4}$は、円板を支持条件あるいは荷重条件が変化する同心円で区切り、以下に示す境界条件（支持条件）および連続条件から連立方程式を立て、これを解くことで求められる。中央の半径bの円板の変位を${}_1w_z$、その外側の内径bで外径aのリングの変位を${}_2w_z$、それぞれに対応する式(2)の積分定数を${}_1C_{1\sim4}$, ${}_2C_{1\sim4}$とする。

境界条件

固定支持：$w_z = 0\,, \dfrac{dw_z}{dr} = 0$

単純支持：$w_z = 0\,, M_r = 0$

自　　由：$M_r = 0\,, Q_r = 0$

連続条件（連続するリングについて）

変位：${}_1w_z = {}_2w_z$

たわみ角、曲げモーメント、せん断力：

$$\frac{d^{(n)}\,{}_1w_z}{dr^{(n)}} = \frac{d^{(n)}\,{}_2w_z}{dr^{(n)}} \quad (n=1,2,3)$$

中心部が無孔円板の場合は、中心点$(\xi = 0)$で変位が有限でせん断力=0であることから、${}_1C_3 = {}_1C_4 = 0$となる（**付録A1.**の**図-A1**参照）。

ωは、荷重の分布形によって以下のとおりである。

$$\omega = \frac{p}{K} \quad \text{（等分布荷重の場合）} \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$\omega = \frac{q_L l^2}{2\pi\beta D} \quad \text{（線荷重の場合）} \cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

ここに、q_L：半径bの位置に作用する線荷重

$$\beta = \frac{b}{l}$$

2.2　先端地盤のばね係数

本節では、先端翼付き鋼管杭の先端荷重P_p－先端沈下量S_p曲線に基づいてばね係数を設定する。

図-2は、多数の実地盤における載荷試験結果から得られた各種杭のP_p－S_p関係について、P_pを極限先端荷重P_uで、S_pを極限状態と設定している先端沈下量$0.1D$で正規化して求めた平均曲線を示したものである[4]。ここで、Dは杭先端径であり、先端翼付き鋼管杭の場合は先端翼の水平投影円の直径D_wとしている。同図には、他工法の平均曲線も併記している。先端翼付き鋼管杭の平均曲線は、埋込み杭とほぼ一致するなだらかな曲線形状である。

図-2に基づいて、先端翼付き鋼管杭の先端地盤のばね係数Kを設定する。所定の荷重をP_t（長期：P_u/3、短期：$2P_u$/3、極限：P_u）、P_tに対応する先端沈下量をS_{pt}とすると、ばね係数Kは以下のとおりとなる。

$$K = \frac{P_t}{A_p \cdot S_{pt}}$$

ここに、Ap：杭先端有効断面積

さらに、$P_t = a_t P_u$, $P_u = \alpha\overline{N}A_p$, $S_{pt} = b_t \times (0.1D_w)$とすると、$K$は以下のとおりとなる。

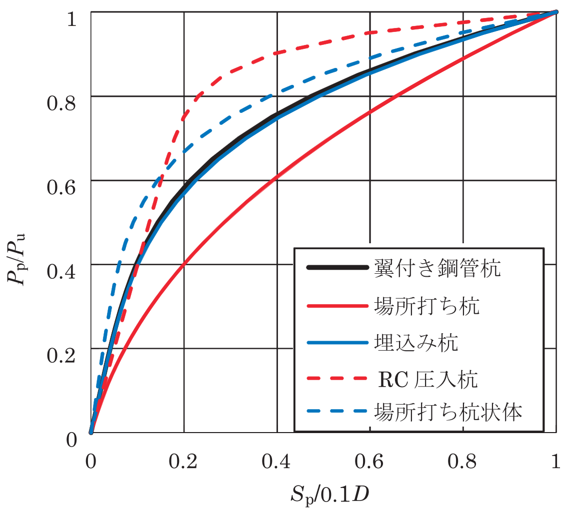


図-2 各種杭の$P_p/P_u-S_p/0.1D$関係[4)]

$$K=\frac{a_t}{b_t}\frac{\alpha\overline{N}}{0.1D_w} \quad \cdots\cdots(9)$$

ここに、 α：先端支持力係数

$\overline{N}$：先端平均N値

D_w：先端翼径

a_t（長期：1/3、短期：2/3、極限：1）に対応するb_tの値を**図-2**から求めると、長期：0.07、短期：0.28、極限：1である。また、αの値として砂質土地盤の平均値に相当する180[4)]を採用すると、a_t / b_tの値は以下のとおりである。

長 期：a_t / b_t =4.69

短 期：a_t / b_t =2.38

極 限：a_t / b_t =1

2.3 計算例

2.3.1 中央部等分布荷重の場合

計算モデルを**図-3**に示す。

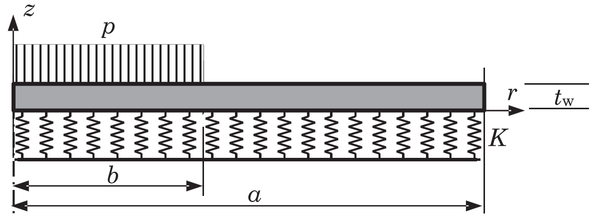


図-3 中央部等分布荷重を受ける円板

中央の半径bの円板の変位を$_1w_z$、その外側のリングの変位を$_2w_z$、それぞれに対応する式(2)の積分定数を$_1C_{1\sim4}$, $_2C_{1\sim4}$とする。

荷重の分布形が等分布であること、r=bでの連続条件、およびr=aでの境界条件から、以下の関係が導かれる。

荷重条件

$$\omega=\frac{p}{K}$$

無孔円板条件

$$_1C_3=\ _1C_4=0$$

連続条件（r=bにおいて）

$$_1w_z=\ _2w_z$$

$$\frac{d^{(n)}\ _1w_z}{dr^{(n)}}=\frac{d^{(n)}\ _2w_z}{dr^{(n)}} \qquad (n=1,2,3)$$

境界条件（r=aにおいて）

$$_2M_r=\ _2Q_r=0$$

以上の6式を連立方程式として解くことで、積分定数$_1C_{1\sim2}$、$_2C_{1\sim4}$が求められる。連立方程式を行列式として**付録A2. 1**に示す。

検討対象とする先端翼付き鋼管杭の諸元は以下のとおりである。

鋼管杭

先端翼径 D_w：400 mm

先端翼厚さ t_w：22 mm

軸鋼管径 D_p：190.7 mm

軸鋼管厚さ t_s：11 mm

先端支持力係数 α：180

先端地盤

先端平均N値 $\overline{N}$：30

極限先端荷重度 p_u：180 × 30=5.4 N/mm^2

極限先端荷重 P_u：679 kN

鋼管部等分布荷重 p：$P_u/(\pi b^2/4)$=23.8 N/mm^2

これらの条件から得られるばね係数を以下に示す。

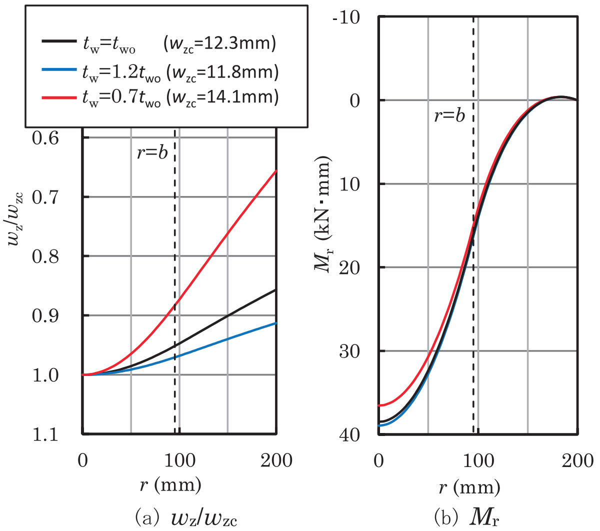
長 期：K=0.633 N/mm^3

短 期：K=0.321 N/mm^3

極 限：K=0.135 N/mm^3

図-4には、上述の短期の荷重およびばね係数を用いた場合について、たわみw_zを中心部（r=0）のたわみw_{zc}で正規化した値、および半径方向の曲げモーメントM_rの計算結果を示す。同図には、厚さt_wを基準値t_{wo}（=22 mm）の1.2倍および0.7倍とした場合の計算結果を併記している。ただし、b=D_p/2としている。

端部のw_z/w_{zc}は、t_wが薄くなるほど小さくなっており、先端翼がたわみやすいほど端部の地盤反力が中央部に較べて相対的に小さくなることが現れている。M_rについては、0.7 t_{wo}とした場合は中央部で若干小さな値となるが、t_{wo}以上になるとM_rの変化は極僅かであり、M_rに与える地盤反力分布の影響は大きくないと考えられる。



(a) w_z/w_{zc}　(b) M_r

図-4　中央部等分布荷重を受ける場合の計算例

2. 3. 2　線荷重の場合

先端翼付き鋼管の先端軸部位置に線荷重が作用すると想定するモデルである。計算モデルを**図-5**に示す。

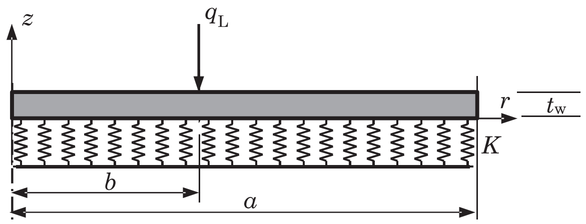


図-5　線荷重を受ける円板

2. 3. 1と異なるのは、p=0であること、荷重の作用位置r=bで線荷重（外力）とせん断力（内力）が釣り合うことである。2. 3. 1と同じ記号の定義を用いると以下のとおりである。

荷重が線荷重であることから、

$$\omega = \frac{q_L l^2}{2\pi\beta D}$$

無孔円板条件

$${}_1C_3 = {}_1C_4 = 0$$

連続条件（r=bにおいて）

$${}_1w_z = {}_2w_z$$

$$\frac{d^{(n)}\,{}_1w_z}{dr^{(n)}} = \frac{d^{(n)}\,{}_2w_z}{dr^{(n)}} \qquad (n=1,2)$$

$${}_1Q_r - {}_2Q_r = q_L$$

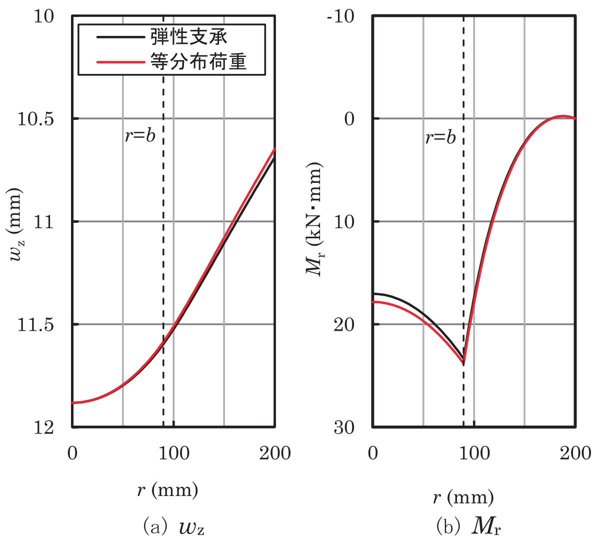
境界条件（r=aにおいて）

$${}_2M_r = {}_2Q_r = 0$$

連立方程式を行列式として**付録A2. 2**に示す。

2. 3. 1と同じ諸元を使った計算例を以下に示す。**図-6**には、短期条件におけるたわみw_z、および半径方向の曲げモーメントM_rの計算結果を示す。同図には、既報[1)]に示した等分布荷重を受ける円板の計算結果も併記している。なお、線荷重作用位置は鋼管厚さ断面の中心に設定している。すなわち、b=(D_p-t_s)/2としている。

w_zは、端部の変位（地盤反力）が中央部の90％以上であり、等分布荷重を受ける円板の場合とほぼ一致している。M_rについては、弾性支承の場合のほうが中央部で若干小さな値となるが、荷重作用位置（等分布荷重の場合は支点位置）より外側でのM_rはほぼ一致している。



(a) w_z　(b) M_r

図-6　線荷重を受ける場合の計算例

3.　軸鋼管の応力検討

3. 1　応力検討の概要

先端翼付き鋼管杭では、先端翼に接合される軸鋼管には先端翼からの曲げ戻しによる曲げ応力が付加されるため、これを考慮した耐力の検討が求められる。このために、ひずみを多点で測定する構造実験やFEMによる検討が行われている。しかし、構造実験では接合端部近傍でのひずみ測定が困難であること、FEMでは仕様に合わせたモデル化に手間がかかることなどの問題がある。特に、幅広い杭仕様を有する工法の場合には、簡便な方法で包括した検討を行い、代表的な仕様について構造実験やFEMで確認するといった方法が望ましい。

以上のことから、軸鋼管を円筒シェルで、先端翼を**2.**に示した弾性支承上の円板でモデル化し、接合部を剛節点として連成するモデルで検討する。このモデルは厳密さは欠くが、表計算ソフトで簡便にパラメトリックな検討が可能である。

3. 2　円筒シェルと弾性支承上の円板の連成解

3. 2. 1　円筒シェルの解

図-7に示す円筒シェルの軸対称外力に対する方程式は式(10)で、その一般解は式(11)のとおりである[5)]。

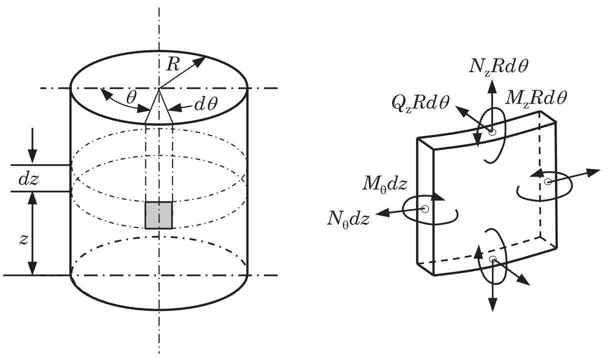


図-7　円筒シェル要素の断面力

$$\frac{d^4w_r}{dz^4}+\frac{Et_s}{D_sR^2}w_r=\frac{d^4w_r}{dz^4}+4k^4w_r=0 \quad \cdots\cdots(10)$$

ここに、

$$k=\sqrt[4]{\frac{3(1-\upsilon^2)}{(Rt_s)^2}}$$

$$D_s=\frac{Et_s{}^3}{12(1-\upsilon^2)}$$

E：ヤング係数（$=2.05\times10^5$ N/mm^2）

t_s：円筒シェルの厚さ

R：円筒シェルの半径

ν：ポアソン比（=0.3）

一般解

$$w_r(z)=e^{-kz}(B_1C_z+B_2S_z)+e^{kz}(B_3C_z+B_4S_z) \quad (11)$$

ここに、$B_{1\sim4}$：境界条件より定まる積分定数

$$C_z=\cos(kz),\ S_z=\sin(kz)$$

一般解の微分

$$\frac{dw_r}{dz}=-k[e^{-kz}\{B_1(C_z+S_z)+B_2(S_z-C_z)\}$$
$$-e^{kz}\{B_3(C_z-S_z)+B_4(S_z+C_z)\}] \quad \cdots\cdots(12)$$

$$\frac{d^2w_r}{dz^2}=2k^2\{e^{-kz}(B_1S_z-B_2C_z)$$
$$-e^{kz}(B_3S_z-B_4C_z)\} \quad \cdots\cdots(13)$$

$$\frac{d^3w_r}{dz^3}=2k^3[e^{-kz}\{B_1(C_z-S_z)+B_2(C_z+S_z)\}$$
$$-e^{kz}\{B_3(S_z+C_z)+B_4(S_z-C_z)\}] \quad (14)$$

$$\frac{d^4w_r}{dz^4}=-4k^4\{e^{-kz}(B_1C_z+B_2S_z)$$
$$-e^{kz}(B_3C_z+B_4S_z)\} \quad \cdots\cdots(15)$$

曲げモーメント：

$$M_z=-D_s\frac{d^2w_r}{dz^2}$$
$$=-2D_sk^2\{e^{-kz}(B_1S_z-B_2C_z)$$
$$-e^{kz}(B_3S_z-B_4C_z)\} \quad \cdots\cdots(16)$$

$$M_\theta=\nu M_z$$

せん断力：

$$Q_z=-D_s\frac{d^3w_r}{dz^3}$$
$$=-2D_sk^3[e^{-kz}\{B_1(S_z-C_z)-B_2(C_z+S_z)\}$$
$$+e^{kz}\{B_3(S_z+C_z)+B_4(S_z-C_z)\}] \quad \cdots\cdots(17)$$

軸力：

$$N_\theta=-D_sR\frac{d^4w_r}{dz^4}$$
$$=4D_sRk^4\{e^{-kz}(B_1C_z+B_2S_z)$$
$$-e^{kz}(B_3C_z+B_4S_z)\} \quad \cdots\cdots(18)$$

また、式(11)は収束性が高い関数なので、式(19)に示すように円筒シェルの長さLが半波長（$=\pi$/k）以上であれば、長いシェルと判定できる[5)]。

$$k\cdot L\geq\pi \quad \cdots\cdots(19)$$

式(19)において、$L=\eta(2R)$、$t_s/R=1/10$とすると式(20)が得られる。

$$\eta\geq1.22\sqrt{\frac{t_s}{R}}\geq0.39 \quad \cdots\cdots(20)$$

先端翼付き鋼管杭の軸鋼管のt_s/Rが1/10以上になることはまずないので、先端翼に接合される軸鋼管の長さを軸鋼管径の0.4倍以上確保していれば、軸鋼管は長い円筒シェルとして扱ってよい。

長い円筒シェルの境界条件は、以下のとおりである。

$z=\infty$でw_rは有限

$B_3=B_4=0$

先端翼との節点で水平方向に変位しないとする。

$z=0$で$w_r=0$

$B_1=0$　$\because B_1+B_3=0$

$z=0$の節点モーメントをM_0とすると、変位と断面力は以下のとおり求められる。

式(16)より、

$$2D_sk^2B_2=M_0 \qquad \therefore B_2=\frac{M_0}{2D_sk^2}$$

変位　：$w_r(z)=\dfrac{M_0}{2D_sk^2}e^{-kz}S_z$

傾斜角：$\dfrac{dw_r}{dz}=\dfrac{M_0}{2D_sk}e^{-kz}(C_z-S_z)$

曲げモーメント：$M_z = -D_s \dfrac{d^2 w_r}{dz^2} = M_0 e^{-kz} C_z$

せん断力：$Q_z = -D_s \dfrac{d^3 w_r}{dz^3} = -M_0 k e^{-kz}(C_z + S_z)$

3. 2. 2　円筒シェルと弾性支承上の円板の連成解

円筒シェルと弾性支承上の円板の連成解は、以下の仮定により求める（**図-8**参照）。

1) 軸鋼管厚さ断面の中心と先端翼厚さ断面の中心の交点を剛節点とする。
2) 剛節点において、節点モーメントが釣り合う。
3) 剛節点において、各部材の回転角が相等しい。
4) 剛節点において、水平方向（r方向）の変位は生じない。

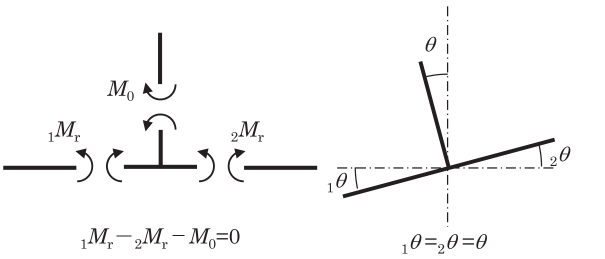


図-8　剛節点のモーメントと回転角

上記の仮定に基づいて、2. 3. 2に示した線荷重を受ける弾性支承上の円板と3. 2. 1に示した長い円筒シェルを連成した解を求める。以下の条件から連立方程式を作成し、これを解くことで、積分定数$_1C_{1\sim2}$、$_2C_{1\sim4}$および軸鋼管の節点モーメントM_0を求める。

荷重が線荷重であることから、

$$\omega = \frac{q_L l^2}{2\pi\beta D}$$

無孔円板条件

$$_1C_3 = {}_1C_4 = 0$$

連続条件（r=bにおいて）

$$_1w_z = {}_2w_z$$

$$\frac{d\ {}_1w_z}{dr} = \frac{d\ {}_2w_z}{dr}$$

$$_1Q_r - {}_2Q_r = q_L$$

境界条件（r=aにおいて）

$$_2M_r = {}_2Q_r = 0$$

剛節点条件（r=b,　z=0において）

$$\frac{d\ {}_1w_z}{dr} = \frac{dw_r}{dz}$$

$$_1M_r - {}_2M_r - M_0 = 0$$

得られた連立方程式を行列式として**付録A2. 3**に示す。**図-9**には、2. 3に示した短期条件における軸鋼管および先端翼のたわみと曲げモーメントの計算結果を示す。同図には、軸鋼管の厚さt_sを基準値t_{so}（=11 mm）の1.2倍および0.7倍とした場合の計算結果を併記している。同図から、軸鋼管への曲げ戻しモーメントはt_sが厚いほど大きくなること、軸鋼管の変位はt_sが厚いほど端部に集中することなどがわかる。

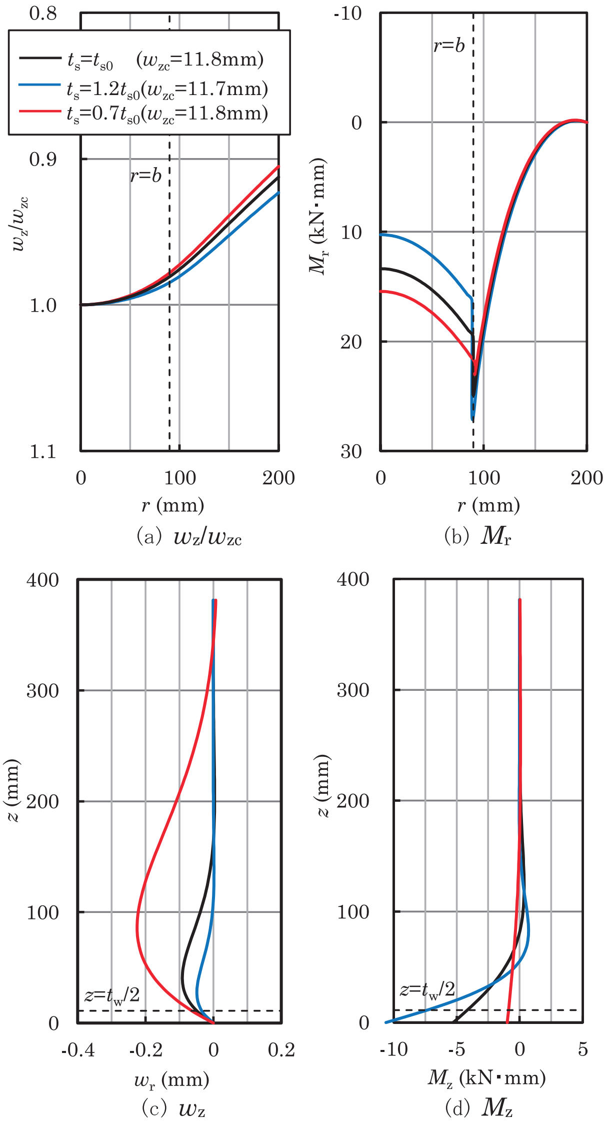


図-9　円筒シェルと弾性支承上の円板の計算例

3. 3　実験結果との比較

3. 3. 1　実験概要

検討対象とした実験は、3. 2に示したモデルに近い形状で性能証明を取得した工法についての土槽実験[6]である。実験に用いられた杭の仕様は、**表-1**に示す2種類で、軸鋼管の先端に一部切り込みを入れて30°折り曲げた形状の円板を外周隅肉溶接で接合したものである（**図-10**参照）。

表-1　実験杭の仕様と計算条件

No.	8-D	8-A
先端翼径 D_w (mm)	669	535
先端翼厚さ t_w (mm)	28	19
鋼管外径 D_s (mm)	267.4	
鋼管厚さ t_s (mm)	9.3	6.6
先端荷重 P_p (kN)	688	633
線荷重 q_L (N/mm)	848	773
地盤ばね係数　K (N/mm³)	0.074	0.058

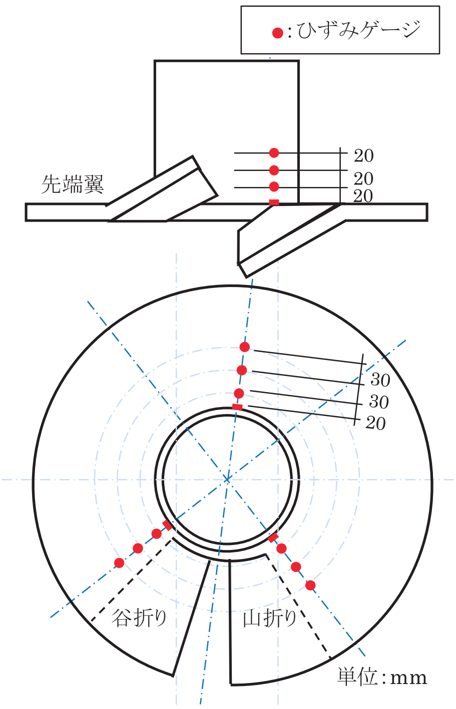


図-10　ひずみゲージ貼付位置

模型地盤の作製と杭の設置は、内径1,000mm、高さ1,500mmの鋼製土槽内に、土槽底面から高さ1.3D_wまで湿潤砂質土を突固めて地盤を作製した段階で杭を設置し、さらにその上方に高さ1D_wの地盤を作製する手順である。

載荷は各杭の暫定的な短期許容荷重までを目標として10段階の段階載荷としており、各荷重段階で3分間荷重保持している。**図-10**に示すように、折り曲げ部中心から±45°の位置および対角180°の位置に測線を設定し、この3測線上の先端翼の上表面および軸鋼管の外周面において直角形ロゼットゲージによるひずみの測定が行われている。

3. 3. 2　実験結果と解析結果との比較検討

図-11に、実験杭の先端荷重P_pと先端沈下量S_pとの関係を示す。先端翼径に較べて土槽径が小さく、また土槽底面との距離が短い（1.3D_w）ために、沈下剛性が次第に大きくなるP_p-S_p曲線となっている。検討対象とした先端荷重は、**図-11**の赤塗り記号の荷重とした。この荷重は、全てのひずみ測定値が降伏ひずみを超えていない荷重の最大値として選定した。また、**表-1**に示す線荷重q_Lは、この荷重が軸鋼管厚さ断面の中心の円周上に作用するとして求め、地盤ばね係数Kは、赤塗りの測定値と原点を結ぶ割線勾配から求めた。

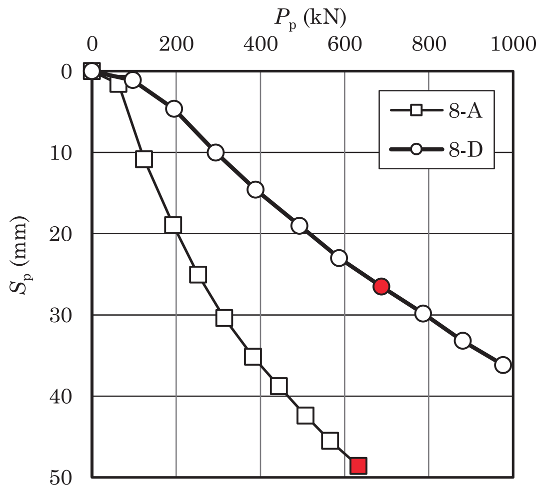


図-11　実験杭のP_p-S_p関係

ロゼット解析から求めた最小主応力の方向は、先端翼の半径方向および軸鋼管の軸方向とほぼ一致しており、以下の比較検討では最小主応力を対象とすることとした。

図-12. 1および**図-12. 2**には、先端翼上面の半径方向応力σ_rおよび軸鋼管表面における軸方向応力σ_zの計算結果を実測値（最小主応力）と比較した結果を示す。ここで、計算結果の軸鋼管のσ_zは、式(21)に示すように曲げ戻しモーメントによる応力に軸荷重による応力σ_0 (=N/A_s)を加えた値として表示しており、先端翼のσ_rについては、**2. 3**に示した円板のみのモデルによる計算値も併記している。

$$\sigma_z = \frac{N}{A_s} \pm \frac{M_z}{(t_s{}^2/6)} \quad \cdots\cdots (21)$$

ここに、N：軸鋼管に作用する荷重

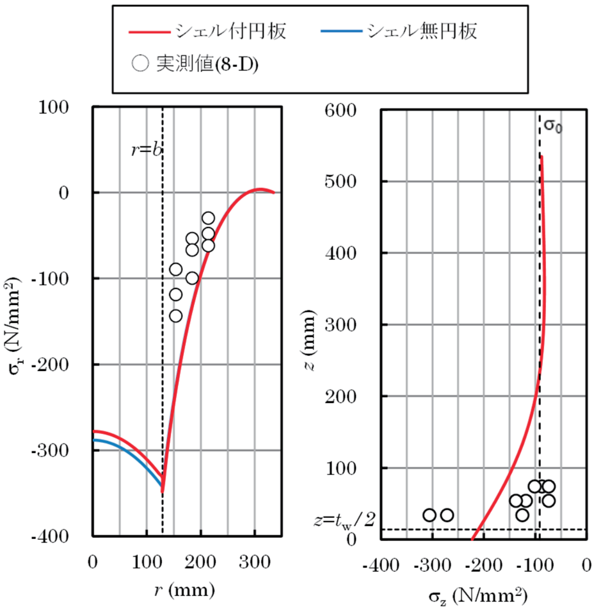
A_s：軸鋼管の断面積

図-12. 1に示す実験No.8-Dについては、先端翼のσ_rでは解析値が実測値の上限となっているが、軸鋼管のσ_zでは、最も材端に近い部分で実測値が計算値を大きく上回っている。この原因としては、実測値の軸鋼管のσ_zに軸荷重による応力σ_0を下回るデータが認められることから、偏心載荷のような状況が生じていた可能性も考えられる。

図-12. 2に示す実験No.8-Aでは、先端翼のσ_rおよび軸鋼管のσ_zいずれについても、解析値は実測値の上限値

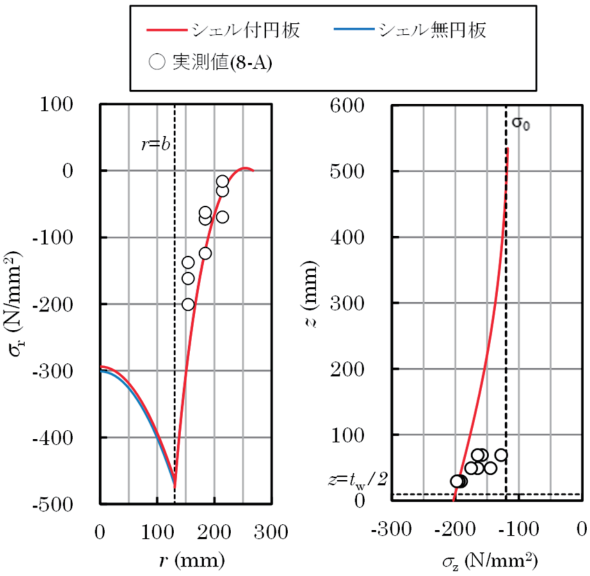
をよく捉えていると考えられる。

なお、本報に提示した円筒シェルと円板の連成解については、既報[1]における分布荷重を受ける円板や先端翼の下側に軸鋼管が存在する場合についても、境界条件を適切に考慮することで求められる。



(a) 先端翼　(b) 軸鋼管

図-12.1　応力の実測値と計算値の比較（8-D）



(a) 先端翼　(b) 軸鋼管

図-12.2　応力の実測値と計算値の比較（8-A）

4. おわりに

先端翼付き鋼管杭の先端翼おおび軸鋼管の耐力算定に関して、その先端翼下の地盤ばね、および先端翼に接合する軸鋼管を考慮して、弾性ばねに支持された平板の解および軸鋼管を円筒シェルとして連成した解を提示し、検討例を示すとともに実験結果との比較検討を行った。その結果、円筒シェルとの連成解による応力は、概ね実験結果の上限値となっていた。

これらの検討方法は、限られた数の実験やFEMの結果からバリエーションが豊富な場合の傾向を捉える際には、有効な支援ツールになると考える。今後の先端翼付き鋼管杭工法の技術開発や適用範囲拡大の検討において一助となれば幸いである。

最後に、本報に示した実験データについては、株式会社コクエイから詳細な情報をご提供頂いた。ここに記して、感謝の意を表します。

【参考文献】

1) 下平祐司：先端翼付き鋼管杭の先端翼耐力に関する基礎的検討，GBRC，Vol.43，No.2，pp.14-21, 2018.4.
【訂正版】
https://www.gbrc.or.jp/assets/documents/gbrc/GBRC172_837.pdf

2) 土木学会：構造力学公式集 第2版，pp.346-347，2010.3

3) 土木学会：構造力学公式集 第2版，p.490，2010.3

4) 下平祐司，廣瀬竜也：基礎杭の支持力評価の現状－押込み・引抜き－，基礎工，Vol.47，No.11, pp.10-14, 2019.11

5) 土木学会：構造力学公式集 第2版，pp.379-395，2010.3

6) 株式会社コクエイ，ジオテック株式会社：GBRC性能証明 第09-19（改4）更1　ETP-G工法－先端翼付鋼管を用いた地盤補強工法－（改定4）建築技術性能証明概要報告書，Ⅲ.技術資料，2022.9

【執筆者】

*1　下平 祐司
（SHIMOHIRA Yuji）

付録

A1. Kelvin関数[3)]

$$\mathrm{ber}\,x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{[(2k)!]^2}\left(\frac{x}{2}\right)^{4k}$$

$$\mathrm{bei}\,x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{[(2k+1)!]^2}\left(\frac{x}{2}\right)^{4k+2}$$

$$\mathrm{ker}\,x=-\mathrm{ber}\,x\cdot\ln\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\mathrm{bei}\,x$$

$$+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{[(2k)!]^2}\left(\sum_{r=1}^{2k}\frac{1}{r}-\gamma\right)\left(\frac{x}{2}\right)^{4k}$$

$$\mathrm{kei}\,x=-\mathrm{bei}\,x\cdot\ln\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\mathrm{ber}\,x$$

$$+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{[(2k+1)!]^2}\left(\sum_{r=1}^{2k+1}\frac{1}{r}-\gamma\right)\left(\frac{x}{2}\right)^{4k+2}$$

ここに、γはEuler定数で以下のとおり。

$$\gamma=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)=0.57721566490\cdots$$

1階導関数

$$\mathrm{ber}'\,x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k-1)!\,(2k)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{4k-1}$$

$$\mathrm{bei}'\,x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!\,(2k+1)!}\left(\frac{x}{2}\right)^{4k+1}$$

$$\mathrm{ker}'\,x=-\mathrm{ber}'\,x\cdot\ln\frac{x}{2}-\frac{\mathrm{ber}\,x}{x}+\frac{\pi}{4}\mathrm{bei}'\,x$$

$$+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k-1)!\,(2k)!}\left(\sum_{r=1}^{2k}\frac{1}{r}-\gamma\right)\left(\frac{x}{2}\right)^{4k-1}$$

$$\mathrm{kei}'\,x=-\mathrm{bei}'\,x\cdot\ln\frac{x}{2}-\frac{\mathrm{bei}\,x}{x}-\frac{\pi}{4}\mathrm{ber}'\,x$$

$$+\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!\,(2k+1)!}\left(\sum_{r=1}^{2k+1}\frac{1}{r}-\gamma\right)\left(\frac{x}{2}\right)^{4k+1}$$

2階導関数

$$\mathrm{ber}''\,x=-\mathrm{bei}\,x-\frac{\mathrm{ber}'\,x}{x}$$

$$\mathrm{bei}''x=\mathrm{ber}\,x-\frac{\mathrm{bei}'x}{x}$$

$$\mathrm{ker}''x=-\mathrm{kei}\,x-\frac{\mathrm{ker}'x}{x}$$

$$\mathrm{kei}''x=\mathrm{ker}\,x-\frac{\mathrm{kei}'x}{x}$$

3階導関数

$$\mathrm{ber}'''x=\frac{\mathrm{bei}\,x}{x}-\mathrm{bei}'x+2\frac{\mathrm{ber}'x}{x^2}$$

$$\mathrm{bei}'''x=-\frac{\mathrm{ber}\,x}{x}+\mathrm{ber}'x+2\frac{\mathrm{bei}'x}{x^2}$$

$$\mathrm{ker}'''x=\frac{\mathrm{kei}\,x}{x}-\mathrm{kei}'\,x+2\frac{\mathrm{ker}'\,x}{x^2}$$

$$\mathrm{kei}'''\,x=-\frac{\mathrm{ker}\,x}{x}+\mathrm{ker}'\,x+2\frac{\mathrm{kei}'\,x}{x^2}$$

図-A1に、Kelvin関数およびその1階導関数の値を示す。x=0において、kerxおよびker'xは無限大に発散する。

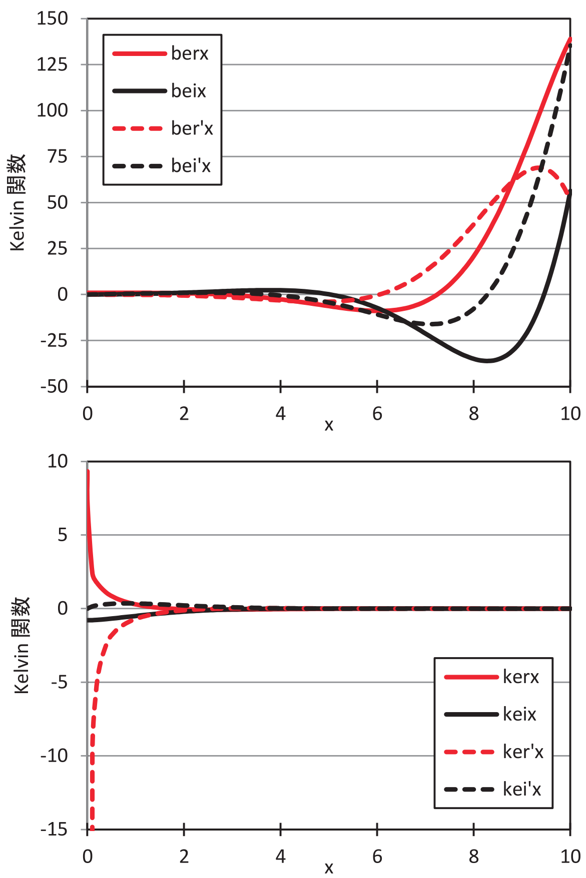


図-A1　Kelvin関数

A2. 連立方程式

$$\alpha=\frac{a}{l},\beta=\frac{b}{l},m=1-\nu$$

A2. 1　中央等分布荷重を受ける弾性支承上の円板

$$\begin{pmatrix} \mathrm{ber}\,\beta & \mathrm{bei}\,\beta & -\mathrm{ber}\,\beta & -\mathrm{bei}\,\beta & -\mathrm{ker}\,\beta & -\mathrm{kei}\,\beta \\ \mathrm{ber}'\,\beta & \mathrm{bei}'\,\beta & -\mathrm{ber}'\,\beta & -\mathrm{bei}'\,\beta & -\mathrm{ker}'\,\beta & -\mathrm{kei}'\,\beta \\ \mathrm{ber}''\,\beta & \mathrm{bei}''\,\beta & -\mathrm{ber}''\,\beta & -\mathrm{bei}''\,\beta & -\mathrm{ker}''\,\beta & -\mathrm{kei}''\,\beta \\ \mathrm{ber}'''\,\beta & \mathrm{bei}'''\,\beta & -\mathrm{ber}'''\,\beta & -\mathrm{bei}'''\,\beta & -\mathrm{ker}'''\,\beta & -\mathrm{kei}'''\,\beta \\ 0 & 0 & \mathrm{bei}\alpha+m\dfrac{\mathrm{ber}'\,\alpha}{\alpha} & -\mathrm{ber}\alpha+m\dfrac{\mathrm{bei}'\,\alpha}{\alpha} & \mathrm{kei}\alpha+m\dfrac{\mathrm{ker}'\,\alpha}{\alpha} & -\mathrm{ker}\alpha+m\dfrac{\mathrm{kei}'\,\alpha}{\alpha} \\ 0 & 0 & \mathrm{bei}'\alpha & -\mathrm{ber}'\alpha & \mathrm{kei}'\alpha & -\mathrm{ker}'\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} {}_1C_1 \\ {}_1C_2 \\ {}_2C_1 \\ {}_2C_2 \\ {}_2C_3 \\ {}_2C_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A2. 2　*r=b* で線荷重を受ける弾性支承上の円板

$$\begin{pmatrix} \mathrm{ber}\,\beta & \mathrm{bei}\,\beta & -\mathrm{ber}\,\beta & -\mathrm{bei}\,\beta & -\mathrm{ker}\,\beta & -\mathrm{kei}\,\beta \\ \mathrm{ber}'\,\beta & \mathrm{bei}'\,\beta & -\mathrm{ber}'\,\beta & -\mathrm{bei}'\,\beta & -\mathrm{ker}'\,\beta & -\mathrm{kei}'\,\beta \\ \mathrm{ber}''\,\beta & \mathrm{bei}''\,\beta & -\mathrm{ber}''\,\beta & -\mathrm{bei}''\,\beta & -\mathrm{ker}''\,\beta & -\mathrm{kei}''\,\beta \\ \mathrm{bei}'\,\beta & -\mathrm{ber}'\,\beta & -\mathrm{bei}'\,\beta & \mathrm{ber}'\,\beta & -\mathrm{kei}'\,\beta & \mathrm{ker}'\,\beta \\ 0 & 0 & \mathrm{bei}\alpha+m\dfrac{\mathrm{ber}'\,\alpha}{\alpha} & -\mathrm{ber}\alpha+m\dfrac{\mathrm{bei}'\,\alpha}{\alpha} & \mathrm{kei}\alpha+m\dfrac{\mathrm{ker}'\,\alpha}{\alpha} & -\mathrm{ker}\alpha+m\dfrac{\mathrm{kei}'\,\alpha}{\alpha} \\ 0 & 0 & \mathrm{bei}'\alpha & -\mathrm{ber}'\alpha & \mathrm{kei}'\alpha & -\mathrm{ker}'\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} {}_1C_1 \\ {}_1C_2 \\ {}_2C_1 \\ {}_2C_2 \\ {}_2C_3 \\ {}_2C_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2\pi\beta l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A2. 3　円筒シェルと連成した弾性支承上の円板

$$\begin{pmatrix} \mathrm{ber}\beta & \mathrm{bei}\beta & -\mathrm{ber}\beta & -\mathrm{bei}\beta & -\mathrm{ker}\beta & -\mathrm{kei}\beta & 0 \\ \mathrm{ber}'\beta & \mathrm{bei}'\beta & -\mathrm{ber}'\beta & -\mathrm{bei}'\beta & -\mathrm{ker}'\beta & -\mathrm{kei}'\beta & 0 \\ \mathrm{bei}'\beta & -\mathrm{ber}'\beta & -\mathrm{bei}'\beta & \mathrm{ber}'\beta & -\mathrm{kei}'\beta & \mathrm{ker}'\beta & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{bei}\alpha+m\dfrac{\mathrm{ber}'\,\alpha}{\alpha} & -\mathrm{ber}\alpha+m\dfrac{\mathrm{bei}'\,\alpha}{\alpha} & \mathrm{kei}\alpha+m\dfrac{\mathrm{ker}'\,\alpha}{\alpha} & -\mathrm{ker}\alpha+m\dfrac{\mathrm{kei}'\,\alpha}{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{bei}'\alpha & -\mathrm{ber}'\alpha & \mathrm{kei}'\alpha & -\mathrm{ker}'\alpha & 0 \\ \mathrm{ber}'\beta & \mathrm{bei}'\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & -\dfrac{l}{2Dk\omega} \\ \mathrm{bei}\beta+m\dfrac{\mathrm{ber}'\,\beta}{\beta} & -\mathrm{ber}\beta+m\dfrac{\mathrm{bei}'\,\beta}{\beta} & -\mathrm{bei}\beta-m\dfrac{\mathrm{ber}'\,\beta}{\beta} & \mathrm{ber}\beta-m\dfrac{\mathrm{bei}'\,\beta}{\beta} & -\mathrm{kei}\beta-m\dfrac{\mathrm{ker}'\,\beta}{\beta} & \mathrm{ker}\beta-m\dfrac{\mathrm{kei}'\,\beta}{\beta} & -\dfrac{l^2}{D\omega} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} {}_1C_1 \\ {}_1C_2 \\ {}_2C_1 \\ {}_2C_2 \\ {}_2C_3 \\ {}_2C_4 \\ M_0 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\pi\beta l \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$